

**Τμήμα: Γ2 ΓΥΜ**

**Εξεταζόμενο μάθημα: Μαθηματικά**

**Ημερομηνία: 12/03/2022**

**Διάρκεια: 2 ώρες**

**Εισηγητές: Παπαβασιλείου Λυδία**

**Μπρανίκας Πάνος**

**A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**

**ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΜΟΝΟ ΣΕ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. Συμπληρώστε κατάλληλα τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:
- α. Η εξίσωση  $ax^2+bx+c=0$ , με  $a \neq 0$ , είναι ..... βαθμού και λύνεται χρησιμοποιώντας τους τύπους:  
 $\Delta = \dots\dots\dots$  και  $x_{1,2} = \dots\dots\dots$ , όταν  $\Delta \dots\dots 0$ .
- β. Αν  $a \neq 0$ , τότε ..... ή .....
- γ. Αν για την εξίσωση  $ax^2+bx+c=0$ , με  $a \neq 0$ , ισχύει ότι  $\Delta = 0$  και λύση το  $x_0$  τότε το τριώνυμο  $ax^2+bx+c$  παραγοντοποιείται ως .....

**Μονάδες 8**

- A2. Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση από τη στήλη Α με τη διακρίνουσα που αντιστοιχεί από τη στήλη Β:

<b>ΣΤΗΛΗ Α</b>	<b>ΣΤΗΛΗ Β</b>
1. $x^2 - a = 0$	i. $\Delta = a^2$
2. $x^2 - ax = 0$	ii. $\Delta = 4a$
3. $x^2 - 3x - a = 0$	iii. $\Delta = 9 + 4a$
4. $-x^2 + ax + 3 = 0$	iv. $\Delta = a^2 + 12$
	v. $\Delta = 4a^2$
	vi. $\Delta = a^2 - 12$

**Μονάδες 8**

A3. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

- α. Κάθε εξίσωση της μορφής  $ax^2+bx+\gamma=0$ , με  $a\neq 0$ , έχει:  
A: τουλάχιστον δύο πραγματικές λύσεις  
B: το πολύ δύο πραγματικές λύσεις  
Γ: ακριβώς δύο πραγματικές λύσεις  
Δ: τουλάχιστον μία πραγματική λύση
- β. Η/οι λύση/εις της εξίσωσης  $(x-2)^2+(x+3)^2=0$  είναι:  
A: η εξίσωση είναι αδύνατη  
B:  $x=2$  ή  $x=-3$   
Γ:  $x=2$  και  $x=-3$   
Δ: έχει άπειρες λύσεις
- γ. Αν ισχύει  $\frac{4x-2}{x+2y} - \dots = 1$ , τότε ποια παράσταση θα μπει στο κενό;  
A:  $\frac{2y+2-3x}{x+2y}$   
B:  $\frac{2y-2-3x}{x+2y}$   
Γ:  $\frac{-2y-2+3x}{x+2y}$   
Δ:  $\frac{-2y+2-3x}{x+2y}$
- δ. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ , με  $\alpha+\beta\neq 0$ , η διαφορά  $\frac{2\alpha}{\alpha+\beta} - \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}$  είναι ίση με:  
A: 1  
B: -1  
Γ: 0  
Δ:  $\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}$
- ε. Η εξίσωση  $ax^2+bx+\gamma=0$ , με  $\alpha,\beta,\gamma\neq 0$ , έχει την ίδια διακρίνουσα με την εξίσωση:  
A:  $ax^2+\beta x-\gamma=0$   
B:  $\gamma x^2+\beta x-\alpha=0$   
Γ:  $\gamma x^2-\beta x+\alpha=0$   
Δ:  $-ax^2-\beta x+\gamma=0$

**Μονάδες 10**

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές, ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

- α. Η εξίσωση  $ax^2+bx+\gamma=0$  είναι πάντοτε 2<sup>ου</sup> βαθμού.
- β. Αν το 0 είναι ρίζα της εξίσωσης  $ax^2+bx+\gamma=0$ , με  $a\neq 0$ , τότε  $\gamma=0$ .
- γ. Η εξίσωση  $x(x-1)+1=0$  έχει πραγματικές ρίζες.
- δ. Η εξίσωση  $-x^2=25$  έχει λύσεις τις  $x=\pm 5$ .

**Μονάδες 8**

## ΘΕΜΑ Β

A1. Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή.

**Μονάδες 10**

A2. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

- α. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την ..... γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.
- β. Αν δύο τρίγωνα έχουν μια πλευρά ίση και τις ..... γωνίες στην πλευρά αυτή ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- γ. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι ..... προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το ..... του.
- δ. Η ..... ορθογωνίου τριγώνου που αντιστοιχεί στην ..... είναι ίση με το ..... της.

**Μονάδες 8**

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές, ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

- α. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- β. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- γ. Στο ισοσκελές τρίγωνο η ευθεία που ορίζει η διχοτόμος από την κορυφή του είναι μεσοκάθετος της βάσης του.
- δ. Αν  $AB=30\text{mm}$  και  $\Gamma\Delta=5\text{cm}$ , τότε ο λόγος  $\frac{AB}{\Gamma\Delta}$  ισούται με 6.
- ε. Αν ισχύει ότι:  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ , τότε ισχύει  $\frac{\alpha}{\delta} = \frac{\gamma}{\beta}$ .
- στ. Αν  $\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{5}{4}$ , τότε το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι μικρότερο από το ΓΔ.
- ζ. Ο λόγος μιας διαγωνίου ενός τετραγώνου προς μια πλευρά του είναι  $\sqrt{2}$ .
- η. Ο λόγος της περιμέτρου ενός ισόπλευρου τριγώνου προς την πλευρά του είναι 3.

**Μονάδες 16**

## **Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

### **ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΔΥΟ ΑΠΟ ΤΑ ΤΡΙΑ ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

#### **ΘΕΜΑ Α**

A1. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

$$x^3 - 4x$$

$$x^3 + 4x^2 + 4x$$

**Μονάδες 9**

A2. Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{3x - 6}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} - \frac{4 - 2x}{x^3 - 4x} + \frac{6}{x^3 + 4x^2 + 4x}$$

α. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ .

**Μονάδες 7**

β. Να απλοποιήσετε την παράσταση  $A$ .

**Μονάδες 10**

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A$  για  $x = \frac{1}{2}$ .

**Μονάδες 8**

#### **ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (x + 1)^2 - 2(x - 1)^2 + (x + 2)^2 - 5(2x + 1)$$

$$B = 2(x + 1)(1 - x) - (x - 1)^2 - 10 + (x - 3)^2$$

B1. Να αποδείξετε ότι  $A = -2$  και  $B = -2x^2 - 4x$ .

**Μονάδες 12**

B2. Να λύσετε την εξίσωση  $A - B + 4 = 0$ .

**Μονάδες 10**

B3. Να απλοποιήσετε την παράσταση  $\Gamma = \frac{B+16}{2A+2x}$ .

**Μονάδες 12**

### ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο  $A\Gamma\Delta$  με  $BE \parallel \Gamma\Delta$ ,  $B\Gamma = 4 \text{ cm}$ ,  $ZH = 6 \text{ cm}$  και  $A\Delta = 20 \text{ cm}$ . Αν το  $AZ$  είναι κατά  $3 \text{ cm}$  μεγαλύτερο από το  $AB$ , να βρείτε τα μήκη των τμημάτων:

Γ1.  $AB$  και  $AZ$ .

**Μονάδες 12**

Γ2.  $AE$  και  $E\Delta$ .

**Μονάδες 12**

Γ3. Αν  $\Gamma M$  είναι η διάμεσος που αντιστοιχεί στην  $A\Delta$ , να βρείτε το μήκος της  $\Gamma M$ .

**Μονάδες 10**

