

Τάξη: Γ' Γυμνασίου (Αριστείας)
Εξεταζόμενο μάθημα: Μαθηματικά
Ημερομηνία: 22/01/2022
Διάρκεια: 2 ώρες
Εισηγητές: Παπαβασιλείου Λυδία
Μπρανίκας Πάνος

ΘΕΜΑ 1

A. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε κλάσμα της στήλης A το αντίστοιχό του απλοποιημένο κλάσμα από τη στήλη B.

A	B
α. $\frac{x^2 + x}{x}$	1. $\frac{x}{x + 1}$
β. $\frac{x^2 - x}{x - 1}$	2. $\frac{1}{x - 1}$
γ. $\frac{x^2 - x}{x}$	3. $x - 1$
δ. $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$	4. $x + 1$
ε. $\frac{x^2 - x}{x^3 - 2x^2 + x}$	5. x

Μονάδες 5

B. Αν τα α και β είναι πραγματικοί αριθμοί, τότε για κάθε $x \neq \pm\beta$ το κλάσμα:

$$\frac{x^2 - \alpha x - \beta x + \alpha\beta}{4x^2 - 4\beta^2}$$

μετά την απλοποίηση γίνεται:

α. $\frac{x+\alpha}{4(x+\beta)}$
 β. $\frac{x-\alpha}{4(x-\beta)}$
 γ. $\frac{x-\beta}{4(x-\alpha)}$
 δ. $\frac{x-\alpha}{4(x+\beta)}$

Μονάδες 5

Γ. Αν $x + y = 1$, τότε η τιμή της παράστασης $ax + ay - \alpha + \beta x + \beta y - \beta$ είναι ίση με:

α. 1, **β.** -1, **γ.** 0, **δ.** 2, **ε.** 5

Μονάδες 5

Δ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

α. Ο αριθμός $3^{2018} + 3^{2019} + 3^{2020}$ είναι πολλαπλάσιο του 13.

β. Ισχύει $\frac{(y-x)^2}{x-y} = -(y-x)$.

γ. Στο ισοσκελές τρίγωνο η ευθεία που ορίζει η διχοτόμος από την κορυφή του είναι μεσοκάθετος της βάσης του.

δ. Αν δύο τρίγωνα έχουν όλες τις γωνίες τους ίσες μία προς μία είναι ίσα.

ε. Ισχύει $(\alpha - \beta)^3 + (\beta - \alpha)^3 = 0$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2

A. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{\alpha^2 - 2\alpha + 1 - \beta^2 - \delta^2 + 2\beta\delta}{\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta - \delta^2 + 2\delta - 1}$$

Μονάδες 6

$$B = \frac{\alpha^5 - 16\alpha}{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 4\alpha + 8}$$

Μονάδες 6

B. α. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: $A = x^2 + 2x - 8$, $B = x^2 + x - 12$ και $\Gamma = x^2 - 5x + 6$.

Μονάδες 6

β. Αν $K = A \cdot B \cdot \Gamma$, να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου με εμβαδόν K.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες $B=2\Gamma$. Φέρνουμε τη διχοτόμο $B\Delta$ και στη προέκταση της παίρνουμε τμήμα $\Delta E=AD$. Η προέκταση της ΓE με την προέκταση της BA τέμνονται στο σημείο O . Να αποδείξετε ότι:

A. Το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές.

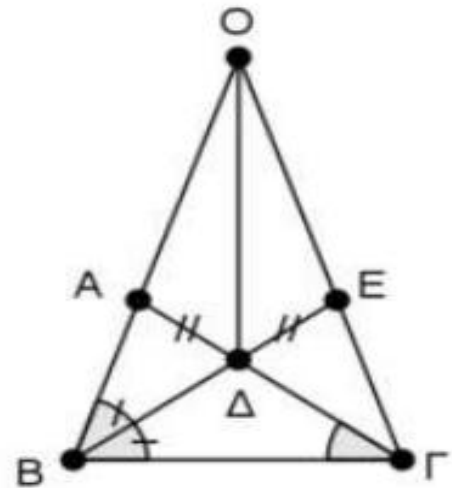
Μονάδες 8

B. $BA=\Gamma E$.

Μονάδες 8

Γ. Το $O\Delta$ διχοτομεί τη γωνία O .

Μονάδες 9



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{(2x - 3y)^2 - (x - 2y)^2}{x^2 + 2xy - 3y^2}$$

A. Να βρείτε τη σχέση μεταξύ των x, y ώστε να ορίζεται η παράσταση A .

Μονάδες 8

B. Να απλοποιήσετε την παράσταση A .

Μονάδες 8

Γ. Μπορεί η παράσταση A να πάρει την τιμή $-\frac{1}{2}$;

Μονάδες 9