

## Διαγώνισμα Β' Λυκείου στα Μαθηματικά Διάρκεια: 2 ώρες 9/04/22

Εισηγητής: Κ. Μπερτσιάς

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon\varphi x$ , έχει περίοδο  $2\pi$
- β. Η συνάρτηση  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ , έχει μέγιστη τιμή το 1.
- γ. Η συνάρτηση  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ , είναι περιττή
- δ. Η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon\varphi x$ , έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες
- ε. Η συνάρτηση  $f(x) = \varepsilon\varphi x$ , είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
- στ. Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$ , έχει σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$

Μονάδες 18

**A2.** Να συμπληρώσετε στο γραπτό σας τον πίνακα, με τη μονοτονία των συναρτήσεων

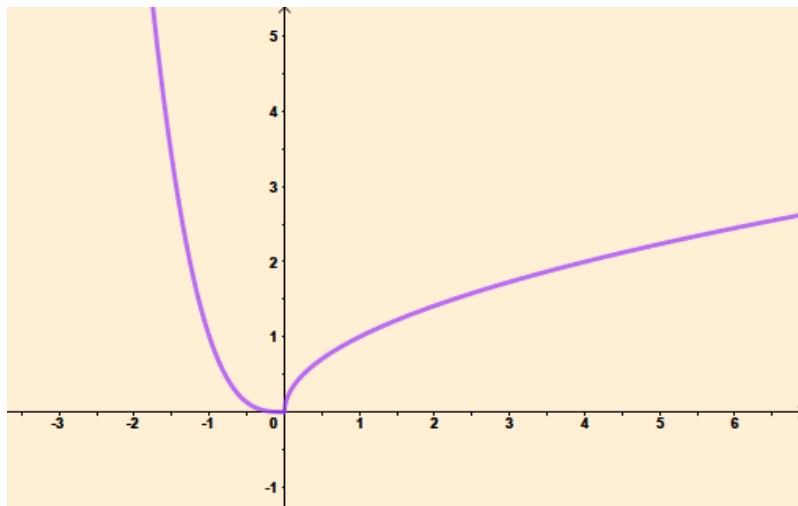
x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$f(x) = \eta\mu x$					
$g(x) = \sigma\upsilon\nu x$					

Μονάδες 7

### ΘΕΜΑ Β

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$$



**B1.** Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

*Μονάδες 15*

**B2.** Αν η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $\Sigma(\kappa^2, 7)$  τότε να βρείτε την τιμή του  $\kappa$ .

*Μονάδες 10*

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \rho \cdot \eta\mu(2x)$ , της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $\Lambda\left(\frac{\pi}{12}, \frac{3}{2}\right)$

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $\rho = 3$

*Μονάδες 8*

**Γ2.** Να βρείτε την περίοδο  $T$  και τα ολικά ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

*Μονάδες 8*

**Γ3.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  σε διάστημα πλάτους  $T$ .

*Μονάδες 9*

### ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - (\beta + 1)x + 2\gamma$ , με  $\gamma \neq 0$ , της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα  $x'x$ , μόνο στο σημείο  $K$  με τετμημένη  $x = 1$ . Έστω επίσης, η συνάρτηση  $g(x) = 3x^2 - 2x + \lambda$  που έχει ελάχιστη τιμή  $\min g(x) = \frac{2}{3}$ .

**Δ1.** Να δείξετε ότι:

i.  $\beta = 1$  και  $\gamma = \frac{1}{2}$

*Μονάδες 9*

ii.  $\lambda = 1$

*Μονάδες 8*

**Δ2.** Να βρείτε τα διαστήματα του  $x$ , για τα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$ .

*Μονάδες 8*