



Γ. Κονδύλη & Όθωνος 1, Μαρούσι | 210 61 24 000
www.akadimos.gr | fb:@akadimos.marousi | tw:@Akadimos

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (Α2 ΘΕΤ)
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΑΒΒΑΤΟ 22 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2022

ΘΕΜΑ 1

α. Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$ έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 . Να αποδείξετε τους τύπους Vieta:

$$S = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P = \frac{\gamma}{\alpha}$$

όταν γνωρίζετε ότι:

$$S = x_1 + x_2 \text{ και } P = x_1 x_2$$

β. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

i. $|\pi - 3| = -\pi + 3$

ii. Για κάθε $a \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $\sqrt{a^2} = a$.

iii. Η εξίσωση $\lambda x = \lambda + 1$ έχει μοναδική λύση για κάθε $\lambda \neq 0$.

iv. Η απόσταση των αριθμών a και β δίνεται από τον τύπο $d(a, \beta) = |\alpha - \beta|$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α. $x^5 - 4x^3 - 2x^2 + 8 = 0$

β. $|4x - 3| - |x + 1| = 0$

γ. $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = |x - 1|$

δ. $(x + 2)^2 - 2\sqrt{x^2 + 4x + 4} - 15 = 0$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3

α. Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση:

$$|2x + 4| \leq 16 \quad (1)$$

β. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $a = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ ανήκει στο σύνολο των λύσεων της (1).

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση:

$$\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda = 0, \text{ με παράμετρο } \lambda \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

α. Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.

β. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να εκφράσετε το άθροισμα S συναρτήσει του $\lambda \neq 0$ και να βρείτε την τιμή του γινομένου P .

γ. Αν $\lambda > 0$, η εξίσωση έχει ρίζες θετικές ή αρνητικές; Ποια άλλη σχέση έχουν οι ρίζες μεταξύ τους; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

δ. Για κάθε $\lambda > 0$ να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{x_1 x_2} \leq \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Μονάδες 25

Διάρκεια: 2 ώρες

Εισηγητής: Νίστα Μαρία