



Γ. Κονδύλη 1 & Όθωνος, Μαρούσι | 210 61 24 000
www.akadimos.gr | fb:@akadimos.marousi | tw:@Akadimos

**Διαγώνισμα Β' Λυκείου
Μαθηματικά (Διάρκεια 2 ώρες)
22/02/21**

Εισηγητής: Κ. Μπερτσιάς

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η συνάρτηση $f(x) = \varepsilon\varphi x$, έχει περίοδο 2π

β. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$, έχει μέγιστη τιμή το 1.

γ. Σε μια περιοδική συνάρτηση f με περίοδο T , ισχύει:

$$f(x-T) = f(x) = f(x+T), \text{ με } x \in D_f$$

δ. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$, είναι περιττή

ε. Η συνάρτηση $f(x) = \varepsilon\varphi x$, έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες

στ. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\varphi x$, ορίζεται για κάθε $x \neq k\pi$, με $k \in \mathbb{Z}$

ζ. Η συνάρτηση $f(x) = \varepsilon\varphi x$, είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

η. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$, έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R}

θ. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$, έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 18

A2. Να συμπληρώσετε στο γραπτό σας τον πίνακα, με τη μονοτονία των συναρτήσεων

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x) = \eta\mu x$					
$g(x) = \sigma\upsilon\nu x$					

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + (\lambda + 3)x + \mu$. Αν είναι γνωστό ότι η C_f διέρχεται από το σημείο $M(1, -3)$ και ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 3]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[3, +\infty)$, τότε:

B1. Να βρείτε τις τιμές των λ και μ

Μονάδες 9

B2. Για $\lambda = 3$ και $\mu = -8$:

i. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με την τη γραφική παράσταση της $g(x) = x^3 + 14x$

Μονάδες 8

ii. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $h(x) = \frac{x}{\sqrt{f(x)}}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση, για την οποία ισχύει ότι είναι περιοδική με περίοδο $T = 7$ και ότι $f(5) = 2$.

Γ1. Να βρείτε την τιμή $f(2021)$

Μονάδες 8

Γ2. Αν επιπλέον η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[-2, 3]$, να βρείτε το είδος της μονοτονίας της f , στο διάστημα $[68, 73]$.

Μονάδες 8

Γ3. Να διατάξετε, αιτιολογώντας, σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο, τους αριθμούς: $\text{συν} \frac{\pi}{5}$, $\eta\mu \frac{6\pi}{5}$, $\text{συν} \frac{2\pi}{5}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - (\beta + 1)x + 2\gamma$, με $\gamma \neq 0$, της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα x' , μόνο στο σημείο K με τετμημένη 1.

Δίνεται, επίσης, η συνάρτηση $g(x) = 3x^2 - 2x + \lambda$, που έχει ελάχιστη τιμή το $\frac{2}{3}$

Δ1. Να δείξετε ότι:

i. $\beta = 1$ και $\gamma = \frac{1}{2}$

Μονάδες 9

ii. $\lambda = 1$

Μονάδες 8

Δ2. Να βρείτε τα διαστήματα του x , για τα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της g .

Μονάδες 8