



Γ. Κονδύλη 1 & Όθωνος, Μαρούσι | 210 61 24 000  
www.akadimos.gr | fb:@akadimos.marousi | tw:@Akadimos

**Διαγώνισμα Β' Λυκείου**  
**Μαθηματικά**  
**9/1/2021**

Εισηγητής: Κ. Μπερτσιάς

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε μια συνάρτηση  $f$ , λέγεται γνησίως φθίνουσα σε διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$ , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , λέγεται άρτια;

*Μονάδες 11*

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την ένδειξη **Σωστή (Σ)** ή **Λάθος (Λ)** δίπλα σε κάθε γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α.** Όταν μια συνάρτηση  $f$ , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  ελάχιστο, τότε  $f(x) > f(x_0)$  για κάθε  $x \in A$

**β.** Οι περιττές συναρτήσεις έχουν κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων  $O$ .

**γ.** Σε μια γραφική παράσταση συνάρτησης, μπορεί να υπάρχουν σημεία με την ίδια τετμημένη.

**δ.** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , με  $f(x) = \varphi(x) + c$ , όπου  $c > 0$ , προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $\varphi$ , κατά  $c$  μονάδες προς τα πάνω

**ε.** Υπάρχει κάποια γνησίως αύξουσα συνάρτηση  $f$ , της οποίας, η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία  $A(1,5)$  και  $B(2,4)$

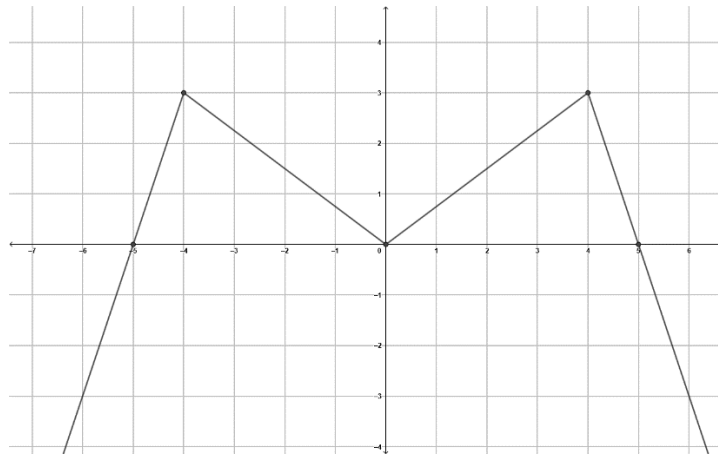
**στ.** Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύει  $\max f(x) = f(4)$ , τότε το μέγιστο της  $f$  είναι ίσο με 4

**ζ.** Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα, τότε η συνάρτηση  $-f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

*Μονάδες 14*

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$



- B1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  και το σύνολο τιμών  $f(A)$  της συνάρτησης  $f$
- B2.** Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης  $f$
- B3.** Να προσδιορίσετε τα (ολικά) ακρότατα της  $f$  καθώς και τις θέσεις αυτών.  
Να βρείτε αν η γραφική παράσταση, είναι άρτιας ή περιττής συνάρτησης
- B4.** Να λύσετε, γραφικά, την εξίσωση  $f(x) = 0$
- B5.** Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της  $C_f$ , που βρίσκονται κάτω από τον άξονα  $x'x$

*Μονάδες 25*

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 + 5x$ .

- Γ1.** Να εξετάσετε αν η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.
- Γ2.** Να εξετάσετε αν η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή.
- Γ3.** Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f(2019)$  και  $f(2018)$ .
- Γ4.** Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $g$ , που η γραφική της παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της  $C_f$ : κατά 1 μονάδα προς τα αριστερά και 2 μονάδες προς τα πάνω.

*Μονάδες 25*

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται μια συνάρτηση  $f$ , η οποία είναι περιττή στο  $\mathbb{R}$  και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $K\left(4, \frac{4}{5}\right)$ .

- Δ1.** Να δείξετε ότι το σημείο  $\Lambda\left(-4, -\frac{4}{5}\right)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ .
- Δ2.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = f(-4) + f(-10) + f(10) - f(4)$$

- Δ3.** Έστω ότι  $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$ . Να δείξετε ότι:

- i)** Η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο για  $x = -2$ .
- ii)** Η  $f$  έχει μέγιστη τιμή το 1 και στη συνέχεια να βρείτε θέση μεγίστου.

*Μονάδες 25*