ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΚΑΔΗΜΟΣ
Γ. Κονδύλη 1 & Όθωνος, Μαρούσι | 210 61 24 000
www.akadimos.gr | fb:@akadimos.marousi | tw:@Akadimos

Διαγώνισμα Άλγεβρας Β΄ Γενικού Λυκείου

Διάρκεια: 2 ώρες

29/03/21

Εισηγητής: *Κ. Μπερτσιάς*

ΘΕΜΑ Α

Α1. **α)** Να διατυπώσετε το θεώρημα των ακέραιων ριζών.

β) Να διατυπώσετε το θεώρημα ταυτότητας της διαίρεσης πολυωνύμων

Μονάδες 9

Α2. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.

β. Αν $P(0) = 10$, τότε το 10 λέγεται ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$.

γ. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x\text{-}\rho$, αν και μόνο αν $P(\rho)= 0$.

δ. Αν ο βαθμός ενός πολυωνύμου είναι ν και ενός άλλου είναι κ, τότε ο βαθμός του γινομένου αυτών των πολυωνύμων, είναι ίσος με $\nu + \kappa$.

ε. Το πολυώνυμο $5(x+1)^2 -5x^2+1$ είναι δευτέρου βαθμού.

στ. Για το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ ισχύει, ότι έχει βαθμό μικρότερο από το βαθμό του διαιρέτη $\delta(x)$ ή ότι είναι μηδενικό πολυώνυμο.

ζ. Η παράσταση $4x^3 + x^{-2} + 5x - 1$ είναι πολυώνυμο.

η. Αν δύο πολυώνυμα $P(x)$ και $F(x)$ είναι ίσα, τότε ισχύει

$P(2021) = F(2021)$.

Μονάδες 16

ΘΕΜΑ Β

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις, να επιλέξετε την σωστή απάντηση, γράφοντας στην κόλλα σας τον αριθμό και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας.

1. Έστω $Q(x)$ σταθερό πολυώνυμο, για το οποίο ισχύει ότι $Q(-3) = 4$. Τότε το $Q(3)$ ισούται με:

α. 4 **β.** – 9 **γ.** 0 **δ.** – 4

ε. δεν μπορούμε να ξέρουμε

2. Αν η εξίσωση $x^2 - \mu x^2 - x + \lambda = 0$ με $\lambda, \mu \in \mathbb{Z}$, έχει ρίζα το 3, τότε ο λ αποκλείεται να ισούται με:

α. -15 **β.** 12 **γ.** -6 **δ.** 3 **ε.** 10

3. Το πολυώνυμο $P(x) = x^6 + 5x^4 + x^2 + 7$, το διαιρούμε με το διώνυμο $x - \rho$. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης αυτής ισούται με υ, τότε είναι:

α. $\upsilon = 0$ **β.** $\upsilon < 0$ **γ.** $\upsilon > 0$ **δ.** $\upsilon \leq 0$ **ε.** 7

4. Έστω πολυώνυμο $P(x) = x^{10} + 1$. Αν $P(\kappa + 10) = 1$, τότε για τον πραγματικό αριθμό κ, ισχύει:

α. $\kappa > 10$ **β.** $\kappa = 10$ **γ.** $\kappa > 11$ **δ.** $\kappa = -10$ **ε.** $\kappa > 0$

5. Το πολυώνυμο $P(x) = (2x+1)^{2018} + x^{2019}$ έχει παράγοντα το:

α. $x - 1$ **β.** $x + 1$ **γ.** x **δ.** $x + \frac{1}{2}$ **ε.** $x - \frac{1}{2}$

6. Αν το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 4)x^3 + (\lambda - 2)x - (\lambda + 2)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$, είναι πρώτου βαθμού, τότε το λ μπορεί να είναι:

α. -1 **β.** 2 **γ.** 0 **δ.** $\sqrt{2}$ **ε.** -2

7. Το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_0$, έχει ρίζα το 0. Τότε για το α_0 ισχύει:

α. $\alpha_0 > 0$ **β.** $\alpha_0 < 0$ **γ.** $\alpha_0 = \alpha_\nu$ **δ.** $\alpha_0 = 0$

ε. δεν μπορούμε να ξέρουμε

8. Η εξίσωση $\sqrt{4 - x} = x + \lambda$, με $\lambda \in \mathbb{R}^*$, αποκλείεται να έχει ρίζα τον αριθμό:

α. 0 **β.** -12 **γ.** 5 **δ.** 4 **ε.** 1

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α. $\sqrt{7 + x} - x - 1 = 0$.

β. $\frac{(x-1)^2 - 4}{1 + x^3} = -1$

Μονάδες 12

Γ2. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{4}{x} \geq x$

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β και γ, ώστε τα πολυώνυμα $P(x) = -x^4 + 10ax - 3\beta x + 7$ και $Q(x) = (5a + \beta)x^4 + 9 + 8x - \gamma$, να είναι ίσα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \kappa x^3 - \lambda x^2 + \lambda x + 4 - \lambda$, με $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ για το οποίο ισχύει ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x + 1)$ είναι -7 και ότι $P(0) = 1$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 2$ και $\lambda = 3$.

Μονάδες 6

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 8x - 5$

Μονάδες 7

Δ3. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης, $P(x) : (2x - 1)$

Μονάδες 5

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 2$

Μονάδες 7