

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΡΙΤΗ 7 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2020

ΘΕΜΑ 1

α) Να αποδείξετε ότι:

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

i. $|\pi - 3| = -\pi + 3$

ii. Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.

iii. Η εξίσωση $\lambda\chi = \lambda$ έχει για κάθε τιμή του λ τουλάχιστον μία λύση.

iv. Αν $\alpha, \beta > 0$ και ν θετικός ακέραιος τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu > \beta^\nu$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α. $|4\chi - 3| - |\chi + 1| = 0$

β. $\frac{1}{\chi + 1} - \frac{2}{\chi} = \frac{3}{\chi^2 + \chi}$

γ. $\sqrt{\chi^2 + 6\chi + 9} = |\chi - 1|$

δ. $81\chi^3 + 125 = 0$

ε. $\chi^5 - 4\chi^3 - 2\chi^2 + 8 = 0$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η εξίσωση:

$$(\lambda^2 - 9)\chi = \lambda^2 - 3\lambda \text{ με παράμετρο } \lambda \in \mathbb{R}$$

α. Να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα στη μορφή:

$$(\lambda - 3)(\lambda + 3)\chi = \lambda(\lambda - 3)$$

β. Να λύσετε την εξίσωση για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ .

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται $\chi, \psi \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει:

$$|\chi - 3| < 2 \quad \text{και} \quad |\psi - 6| < 4$$

α. Να δείξετε ότι: $1 < \chi < 5$ και $2 < \psi < 10$

β. Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η περίμετρος ενός ορθογωνίου με διαστάσεις 4χ και 2ψ .

Μονάδες 25

Διάρκεια: 2 ώρες

Εισηγητής: Νίστα Μαρία

Ακάδημος