

Διάρκεια: 2 ώρες
Εισηγήτρια: Νίστα Μαρία

Ημερομηνία: 14/10/2019

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

α) Αν οι αριθμοί α , β είναι ομόσημοι, να αποδείξετε ότι:

$$\alpha < \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$$

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

i. Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$.

ii. $(\alpha - \beta)^3 = (\beta - \alpha)^3$.

iii. Αν ο αριθμός n είναι άρτιος και ο a είναι αρνητικός τότε $a^n > 0$.

iv. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\gamma + \delta}{\delta}$, με $\beta \cdot \delta \neq 0$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το βασικό σύνολο:

$$\Omega = \{\chi \in \mathbb{N} / 0 \leq \chi \leq 8\}$$

και τα υποσύνολά του $A = \{\chi \in \Omega / \chi \text{ περιττός}\}$ και $B = \{\chi \in \Omega / 1 \leq \chi \leq 6\}$.

Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα παρακάτω σύνολα:

α. $A \cup B$ γ. A' ε. $A' \cap B'$

β. $A \cap B$ δ. B' στ. $A' \cap B$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3

α) Να αποδείξετε την παρακάτω σχέση:

$$(\omega + 2)^3 - 6 \cdot (\omega + 1)^2 = \omega^3 + 2$$

β) Δίνεται η παρακάτω παράσταση:

$$A = \frac{[(\chi^2 \cdot \psi^{-4})^3 \cdot (\psi^{-2})^{-5}]^2}{(\chi^2 \cdot \psi^{-2})^4}$$

i. Αποδείξτε ότι $A = \chi^4 \cdot \psi^4$.

ii. Αν γνωρίζετε ότι $\chi \cdot \psi = -2$, υπολογίστε την τιμή της παράστασης A.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha^2 + \beta^2 \geq -4 \cdot (\beta + 1)$$

β) Να βρείτε για ποιες τιμές των α και β ισχύει η ισότητα $\alpha^2 + (\beta + 2)^2 = 0$.

Μονάδες 25

Ακρόαση