

**ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΛΥΚΕΙΑ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ**

---

1. **A')** Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha = \sqrt{2} + 1$  και  $\beta = \sqrt{2} - 1$ .

i. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίστροφοι.

ii. Αν είναι

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } A_1 &= \alpha^1 + \beta^1 \\ \text{Δεύτερο βήμα: } A_2 &= \alpha^2 + \beta^2 \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } A_n &= \alpha^n + \beta^n \end{aligned}$$

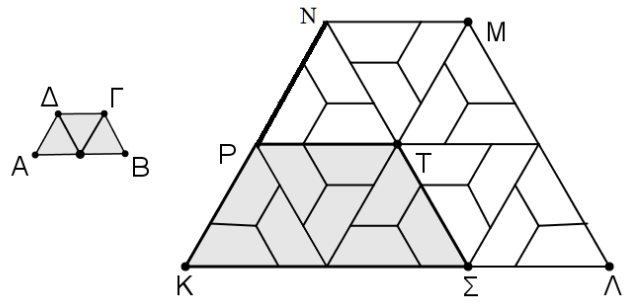
Να δείξετε ότι  $A_2 \cdot A_3 = A_5 + A_1$

**B')** Για τις παρακάτω ισότητες να βρείτε τον τύπο του γενικού βήματος και να τον αποδείξετε.

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } 1^2 + 2^2 &= \frac{3^2 + 1}{2} \\ \text{Δεύτερο βήμα: } 2^2 + 3^2 &= \frac{5^2 + 1}{2} \\ \text{Τρίτο βήμα: } 3^2 + 4^2 &= \frac{7^2 + 1}{2} \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } \dots & \end{aligned}$$

Μονάδες:  $2 + 4 + 4 = 10$

2. **A')** Το μικρό πλακίδιο  $AB\Gamma\Delta$  αποτελείται από τρία ισόπλευρα τρίγωνα πλευράς  $a$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ίσα πλακίδια με το  $AB\Gamma\Delta$  δημιουργούν την επιφάνεια  $K\Lambda MN$ . Αν η περίμετρος της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας  $K\Sigma TP$  είναι  $15\text{ cm}$ :

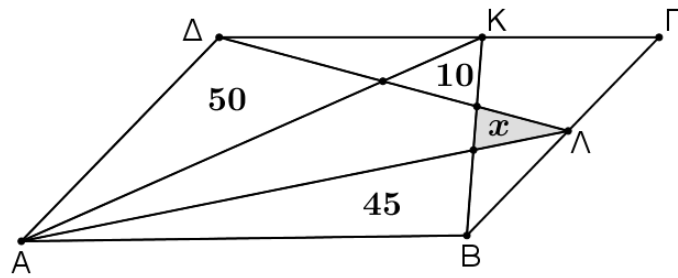


- i. Να δείξετε ότι η περίμετρος του  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $5\text{ cm}$ .
- ii. Να υπολογίσετε την απόσταση  $KM$ .

Μονάδες:  $2 + 3$

**B')** Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο με γνωστά τα μέτρα των εμβαδών των τριγώνων όπως φαίνεται στο σχήμα.

- i. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $A\Lambda\Delta$  και  $ABK$  έχουν ίσα εμβαδά.
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό  $x$  του γραμμοσκιασμένου τριγώνου.



Μονάδες:  $2 + 3$