

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

(Επιμέλεια Θεμάτων: Κρητικού Αθανασία, Καθηγήτρια Μαθηματικός)

ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$ είναι $f'(x) = 2x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

B. α) Να δώσετε τον αξιωματικό ορισμό πιθανότητας.

Μονάδες 4

β) Να δώσετε τον ορισμό της διακύμανσης των παρατηρήσεων t_1, t_2, \dots, t_n μιας μεταβλητής X .

Μονάδες 3

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος.

α) Αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνήσια αύξουσα στο Δ .

β) Έστω ότι έχουμε ένα δείγμα μεγέθους n και ότι $f_i, i = 1, 2, \dots, k$ είναι οι αντίστοιχες συχνότητες των τιμών x_i μιας μεταβλητής. Αν α_i είναι το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε $\alpha_i = 360^\circ \cdot f_i$ για $i = 1, 2, \dots, k$.

γ) Ο συντελεστής μεταβλητότητας CV είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των δεδομένων.

δ) Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της.

ε) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό

ελάχιστο στο $x_1 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1 .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2°

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της, να τη μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατα.

Μονάδες 9

β) Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(1, f(1))$.

Μονάδες 7

γ) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x f'(x)}{x^2 - x - 2}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3°

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η βαθμολογία μιας ομάδας μαθητών ομαδοποιημένη σε κλάσεις ίσου πλάτους στο μάθημα της Στατιστικής και οι αντίστοιχες σχετικές αθροιστικές συχνότητες.

Βαθμολογία	Fi %
[0,4)	10
[4,8)	40
[8,12)	80
[12,16)	90
[16,20)	100

Θεωρούμε ότι τα δεδομένα κατανέμονται ομοιόμορφα στις κλάσεις.

Έστω ότι 20 μαθητές έχουν βαθμό μικρότερο του 6.

α) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός των μαθητών είναι 80.

Μονάδες 5

β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων v_i και σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$ και να συμπληρώσετε τις στήλες με τα κέντρα x_i των κλάσεων και τα γινόμενα $x_i v_i$, x_i^2 και $x_i^2 v_i$

Μονάδες 7

γ) Να αποδείξετε ότι η μέση βαθμολογία των μαθητών είναι 9,2.

Μονάδες 7

δ) Να εξετάσετε αν το δείγμα των μαθητών είναι ομοιογενές ως προς τη βαθμολογία.

Μονάδες 6

Δίνεται ο τύπος
$$s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\}$$

Θεωρείστε ότι $\sqrt{18,56} \approx 4,3$

ΘΕΜΑ 4ο

Σε ένα σχολείο το 55% των μαθητών παίζει μπάσκετ ή δεν παίζει ποδόσφαιρο. Το 15% των μαθητών παίζει και τα δύο αθλήματα. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή.

α) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα να παίζει ποδόσφαιρο είναι 60%.

Μονάδες 10

β) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα να παίζει ποδόσφαιρο και να μην παίζει μπάσκετ δεν ξεπερνά τα $\frac{3}{5}$.

Μονάδες 5

γ) Αν η πιθανότητα να παίζει μπάσκετ και να μην παίζει ποδόσφαιρο είναι $\frac{1}{5}$, να βρείτε την πιθανότητα να μην παίζει ούτε μπάσκετ, ούτε ποδόσφαιρο.

Μονάδες 10